

Cristina Viñas Viñuales · Ederlinda Viñuales Gavín



C

# Mondphasen



## EINFÜHRUNG

Ist Ihnen schon einmal aufgefallen, dass der Mond immer dieselbe Form hat, egal von welchem Ort der Erde man ihn an einem bestimmten Tag betrachtet? Ist Ihnen schon einmal aufgefallen, dass der beleuchtete Teil des Mondes sich zyklisch in einer bestimmten Reihenfolge verändert?

In dieser Unterrichtseinheit möchten wir den Schülern vermitteln, wie die relative Position von Sonne, Erde und Mond alle Mondphasen beeinflusst, wie die Schüler darüber hinaus die Phase für einen bestimmten Tag bestimmen und den Prozentsatz des beleuchteten Teils errechnen können.

Für diese Unterrichtseinheit sollten die Schüler im Alter zwischen 14 und 16 Jahren sein, da sie bestimmte Kenntnisse in Trigonometrie und Astronomie benötigen.

## Einige Hinweise zur Astronomie

Die Mondphase ist das Erscheinungsbild des beleuchteten Teils des Mondes, so wie er von einem Beobachter von der Erde aus gesehen wird. Entsprechend der relativen Position von Erde, Mond und Sonne verändert sich dieses Erscheinungsbild zyklisch mit dem Kreisen des Mondes um die Erde. Eine Hälfte der Mondoberfläche wird stets von der Sonne angestrahlt, jedoch kann der für einen Beobachter auf der Erde sichtbare Teil der angestrahlten Mondhälfte von einer komplett beleuchteten Mondschei-

be (Vollmond) bis zu einem mit bloßem Auge nicht erkennbaren Mond (Neumond) variieren.

Schon vor langer Zeit hat man herausgefunden, dass die Form des Mondes von seinem Alter abhängt, also von den Tagen, die seit dem letzten Neumond vergangen sind. In Bild ① zeigt der innere Kreis die Umlaufbahn des Mondes, die als kreisförmig angenommen wird, mit der Erde in ihrem Zentrum. Der Stand der Sonne wird durch das Sonnenlicht (sunlight) angezeigt, und da die Entfernung der Sonne rund 400-mal so groß ist wie die des Mondes, wird angenommen, dass der vom Mond aus betrachtete Stand der Sonne immer parallel zu seiner geometrischen Ausrichtung ist. Da der Mond von der Sonne angestrahlt wird, ergeben sich die Tag- und Nachtseiten des Mondes an den verschiedenen Stellen seiner Umlaufbahn wie in Bild ① dargestellt.

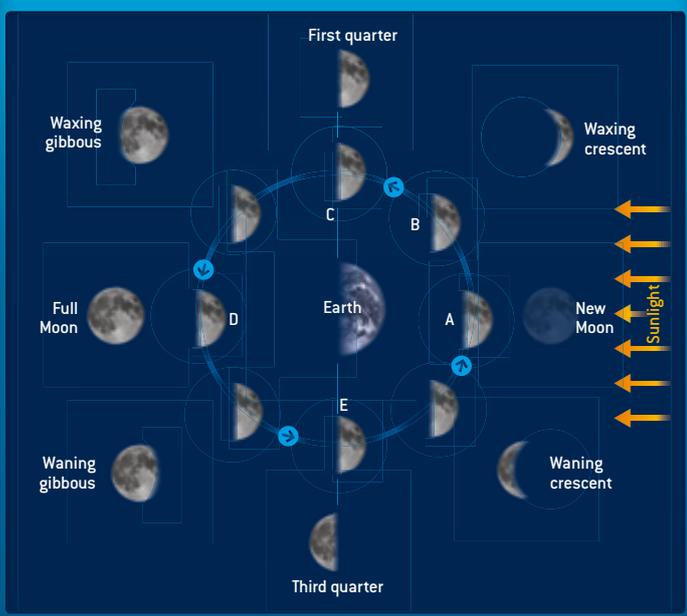
Die Bilder auf dem äußeren Kreis zeigen das Erscheinungsbild des Mondes von der Erde aus betrachtet, mit anderen Worten, die Mondphasen. A zeigt den Neumond; bei B sieht man den zunehmenden Mond (wobei sich ‚zunehmend‘ auf die ansteigende Größe des beleuchteten Teils des Mondes bezieht). Das erste Viertel erscheint bei C; zwischen C und E ist mehr als die Hälfte der erleuchteten Mondscheibe sichtbar, was auch als Dreiviertelmond bezeichnet wird. Bei D ist Vollmond; die Position bei E wird als drittes Viertel bezeichnet. Zwischen E und A sieht man den abnehmenden Mond (man spricht vom abnehmenden Mond, wenn jeden Tag etwas weniger vom Mond zu sehen ist, bis er dann bei Neumond gar nicht mehr zu erkennen ist).

Jetzt kann man synodische Periode, Lunation oder Mondmonat bestimmen. Obwohl die Bewegung des Mondes auf seiner Umlaufbahn Abweichungen unterliegt, kann für diese Periode ein Durchschnittswert angegeben werden, der als Zeitabstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Neumonden definiert wird. Dieser Wert,  $S_c$ , beträgt 29,53059 Tage.

Als siderische Periode bzw. siderischer Monat des Mondes wird die Zeit bezeichnet, die der Mond für eine vollständige Umkreisung der Erde benötigt. Mit Bezug auf den Sternenhintergrund ist dies das Wandern des Mondes von A nach B, wie in Bild ② dargestellt. Hierbei kann wieder ein Durchschnittswert ermittelt werden: 27,32166 Tage.

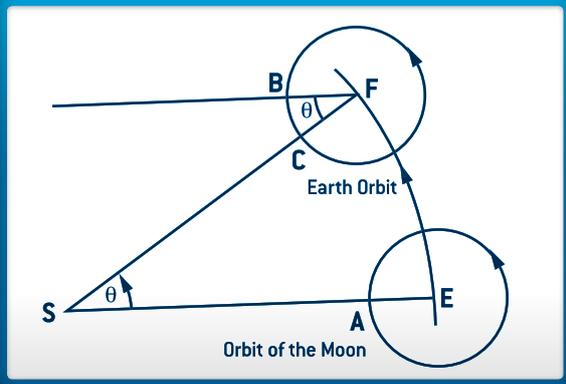
Der Unterschied zwischen diesen beiden Zeiträumen ergibt sich aus der Tatsache, dass der Mond auf seiner Um-

## ① Tag- und Nachtseiten des Mondes an den verschiedenen Stellen seiner Umlaufbahn



laufbahn etwas weiter kreisen muss, um die Sonne einzuholen, die sich, aus geometrischer Sicht, ebenfalls um die Erde dreht (in Bild ☉ hat sich die Erde von E nach F bewegt während der Mond Punkt C, und nicht Punkt B, erreichen muss, um zu einem Neumond wie in Punkt A zu werden). Die drei Größen, nämlich die siderischen Perioden des Umlaufs des Mondes um die Erde bzw. der Erde um die Sonne und die synodische Periode des Mondes müssen anschließend miteinander in Zusammenhang gebracht werden.

## ② Verhältnis von Sonne, Mond und Erde aus geometrischer Sicht



### HILFSMITTEL

Für den ersten Teil, Einführung und Präsentation der Ergebnisse, haben wir einen Mac OS X Computer, Version 10.4.11 verwendet. Verwendete Programme: Textverarbeitungs- und Grafikprogramme.

Für die Programmentwicklung haben wir Eclipse IDE (siehe Anhang) mit Java 1.6 und der Java3D-Bibliothek verwendet. Das Programm ist auch unter [www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de) zu finden, von wo es selbst, ebenso wie die Quelle, heruntergeladen werden kann.

### INHALT

In diesem Abschnitt erklären wir die Schritte, die zur Errechnung der Mondphase an einem bestimmten Tag auf der nördlichen Erdhalbkugel vorgenommen werden müssen. Die Schüler können diese Schritte ausführen, um die Phase manuell zu errechnen oder um sie als Grundlage für die Programmierung einer Software zu verwenden, vergleichbar der Version von Java, die wir für IKT vorbereitet haben.

### Vorgaben

Die einzige Angabe, die man für die Errechnung der Mondphase benötigt, ist das Datum, für das die Schüler die

Mondphase bestimmen möchten. Dieses Datum besteht aus einem Tag, Monat und Jahr.

### Analyse

1. Zunächst beginnen die Schüler die Arbeit mit dem festgelegten Datum (Tag, Monat, Jahr). Dieses Datum wird in Julianische Tage (JD) umgewandelt (bei JD handelt es sich um ein System zur Zeitmessung, das von Astronomen angewendet wird und eine Zeitspanne in Tagen angibt, die seit dem 1. Januar 1900, 00:00 Uhr, vergangen sind, da es nach Greenwich-Zeit 12:00 Uhr Mitternacht am 31. Dezember 1899 ist). Die Stunde ist auf 00:00 h festgesetzt. Daher muss zur Errechnung der Julianischen Tage eines bestimmten Datums {Tag, Monat, Jahr} die folgende einfache Gleichung gelöst werden:

$$a = \frac{(14 - \text{month})}{12}$$

$$y = \text{year} + 4800 - a$$

$$m = \text{month} + 12 * a - 3$$

Damit ist JD[Tag, Monat, Jahr] von

$$JD[\text{day}, \text{month}, \text{year}] = \text{day} + \frac{(153 \cdot m + 2)}{5} + 365 \cdot y + \frac{y}{4} - \frac{y}{100} + \frac{y}{400} - 32045$$

der gewählte Tag im Julianischen Datumsformat.

2. Das Referenzdatum eines früheren Neumonds wird ebenfalls benötigt, zum Beispiel der 1. Januar 1900. Wie beim Schritt zuvor, muss dieses Datum ebenfalls in das Julianische Datumsformat umgewandelt werden. Dabei ist zu beachten, dass es bei einem Referenzdatum von JD[1,1,1900]<sub>Reference</sub> nicht möglich ist, vor diesem Datum liegende Mondphasen zu errechnen.

3. Im nächsten Schritt wird die Differenz zwischen dem gewählten Datum und dem Referenzdatum ermittelt:

$$JD[x]_{\text{Current}} - JD[x]_{\text{Reference}} = D$$

Durch diese Berechnung erfährt man, wie viele Tage seit dem bekannten Neumond vergangen sind.

4. Wie oben erklärt, handelt es sich bei Sc um den Zeitabstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Neumonden. Damit erhalten wir bei einer ganzzahligen Division D/Sc die seit dem letzten Neumond vergangenen Tage als Rest. Bezeichnet man diesen Rest als A, so ist A das Mondalter. Damit ist Mondalter = A = D mod Sc

5. Ist Sc = 29,53059, und bleibt bei der Division kein Rest übrig, handelt es sich um eine Neumondphase. Der Rest

kann somit Werte zwischen 1 und 29 annehmen, wobei 29 gleichbedeutend mit 0 bzw. Neumond ist.

Danach ist es einfach, jedem Wert der restlichen Phasen eine Zahl zuzuordnen gemäß der gegen den Uhrzeigersinn laufenden Richtung in Bild 1. Der Wert 0 bedeutet also Neumond, ein Wert von 7,38 entspricht dem ersten Viertel, 14,76 steht für Vollmond und 22,15 für das dritte Viertel.

6. Wenn zusätzlich zur Mondphase an einem gewählten Tag auch der Prozentsatz des beleuchteten Teils errechnet werden soll, muss die Formel

$$\text{Percentage} = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{360}{S_c} \cdot A\right) \right)$$

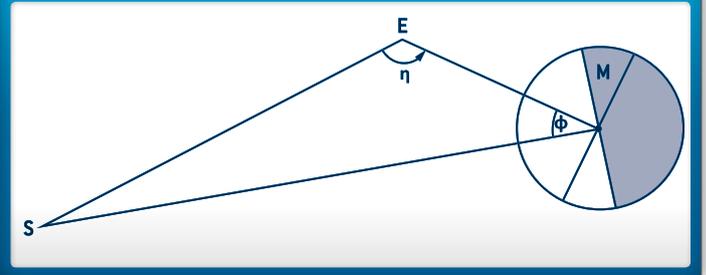
verwendet werden, die eben diesen Prozentsatz liefert.  $P=0$  bedeutet Neumond,  $P=1$  Vollmond; ergibt sich jedoch  $P=1/2$ , stellt sich die Frage, ob es sich um das erste oder dritte Viertel handelt.

Dafür müssen einige Überlegungen angestellt werden, wobei  $A$  das in der ersten Formel verwendete Mondalter darstellt und  $\eta = 360 \cdot [A/S_c]$  ist.  $\eta$  bezeichnet die Dehnung des Mondes. Vergleiche 2B. Wenn Sonne, Erde und Mond in der angegebenen Reihenfolge stehen, und  $\eta = 180^\circ$  und Vollmond ist, sind 29/2 Tage seit dem letzten Neumond vergangen. Unter Berücksichtigung dessen und mit Blick auf Bild 2B können folgende Überlegungen angestellt werden:

Wenn  $0 < A \leq 29/2 \rightarrow 0 < \eta \leq \pi$  ergeben sich zwei Situationen:

- Bei  $0 < \eta < \pi/2$  handelt es sich um einen zunehmenden Viertelmond, der Schatten ist auf der linken Seite, und der beleuchtete Teil macht weniger als die Hälfte der Mondscheibe aus. 3
- Bei  $\pi/2 < \eta < \pi$  handelt es sich um einen zunehmenden Dreiviertelmond, der Schatten ist auf der linken Seite, und der beleuchtete Teil macht mehr als die Hälfte der Mondscheibe aus. 4

### 2B Die Dehnung des Mondes



Wenn  $A = 29/2 \rightarrow \eta = \pi \rightarrow$  Vollmond.

Wenn  $A \geq 29/2 \rightarrow \pi < \eta \leq 2\pi$  ergeben sich zwei Situationen:

- Bei  $\pi < \eta < 3\pi/2$  handelt es sich um einen abnehmenden Dreiviertelmond, der Schatten ist auf der rechten Seite, und der beleuchtete Teil macht mehr als die Hälfte der Mondscheibe aus. 5
- Bei  $3\pi/2 < \eta < 2\pi$  handelt es sich um einen abnehmenden Viertelmond, der Schatten ist auf der rechten Seite, und der beleuchtete Teil macht weniger als die Hälfte der Mondscheibe aus. 6

Mit den oben angeführten Überlegungen lässt sich genau bestimmen, ob der Mond bei  $P=1/2$  im ersten oder dritten Viertel steht. In gleicher Weise kann man zum Beispiel herleiten, ob ein Prozentwert von 0,8 zu der rechten oder linken Seite der Mondscheibe gehört und es sich folglich um eine zu- oder abnehmende Mondphase handelt.

### Ergebnis

Nach Durchführung der Analyse können die Schüler sagen, welche Mondphase zu einem bestimmten Datum gehört und wie viel Prozent der Mondoberfläche beleuchtet ist. Ein Teil der Unterrichtseinheit ist die Entwicklung einer Java-Applikation. Schüler und Lehrkräfte können diese zum besseren Verständnis des Einflusses verwenden, den die relative Position von Sonne, Erde und Mond auf die Mondphasen hat, oder zur Ergebniskontrolle.

<p>3 <b>Zunehmender Viertelmond</b></p> <p><math>0 &lt; A &lt; 29/2</math>    <math>0 &lt; \eta &lt; \pi/2</math></p>	<p>4 <b>Zunehmender Dreiviertelmond</b></p> <p><math>0 &lt; A &lt; 29/2</math>    <math>\pi/2 &lt; \eta &lt; \pi</math></p>	<p>5 <b>Abnehmender Dreiviertelmond</b></p> <p><math>A &gt; 29/2</math>    <math>\pi &lt; \eta &lt; 3\pi/2</math></p>	<p>6 <b>Abnehmender Viertelmond</b></p> <p><math>A &gt; 29/2</math>    <math>3\pi/2 &lt; \eta &lt; 2\pi</math></p>
---	---	---	--

Innerhalb dieser Anwendung gibt es drei Bereiche: ein Informationsfenster mit der aktuellen Mondphase auf der linken Seite, eine Animation mit Sonne, Erde und Mond auf der rechten Seite sowie die Textfelder, in die man das Datum eingeben kann, am unteren Rand.

Im Animationsfenster gibt es zwei Schaltflächen für die Betrachtung der Animation, ‚Play‘ und ‚Stop‘, durch die man die Position von Mond, Erde und Sonne steuert. In Abhängigkeit von der Position zeigt das Informationsfenster auf der linken Seite die aktuelle Mondphase.

Für die Ermittlung einer Phase für ein bestimmtes Datum, müssen die Schüler lediglich Tag, Monat und Jahr in die Textfelder am unteren Rand eingeben und auf ‚Calculate‘ drücken. Die Inhalte des Informationsfensters und der Animation werden mit Informationen über die ermittelte Mondphase aktualisiert.

Falls die Schüler die Phase manuell berechnen möchten, führen sie einfach die oben beschriebenen Schritte aus und überprüfen ihre Ergebnisse mit dem Programm.

Wie bereits erwähnt, kann man mit dem Programm die Mondphase für jeden beliebigen Tag auf der nördlichen Erdhalbkugel ermitteln. Die Schüler werden dazu animiert herauszufinden, wie die Bewohner der südlichen Erdhalbkugel den Mond an einem bestimmten Tag sehen. Sehen sie die gleiche Phase wie wir? Wie zeigt sich eine Phasenverschiebung (ausgenommen Neu- und Vollmond) in den beiden Hemisphären? Kann dieser Unterschied erklärt werden? Schließlich werden die Schüler darin bestärkt, ein Programm zu schreiben, mit dem sie die Phasen auf der südlichen Erdhalbkugel veranschaulichen können.

## SCHLUSSFOLGERUNG

Diese Unterrichtseinheit stellt eine methodische Anleitung für die Ermittlung der Mondphase an einem bestimmten Tag dar.

Die Lehrkräfte sollen ihre Schüler dazu animieren, diese Grundbegriffe der Astronomie zu erlernen sowie diese einfachen Schritte zur Ermittlung und Erläuterung der Mondphasen auszuführen.

Darüber hinaus können Lehrkräfte und Schüler die Java-Applikation anwenden, um den Prozess besser zu verstehen, ihre Ergebnisse zu kontrollieren oder einfach nur die Phasen für aufeinanderfolgende Tage zu vergleichen. Daneben gibt der Java Quellcode eine gute Hilfestellung bei der Programmierung dieser Art von Simulationen.

## LITERATURHINWEISE

- ▮ Abad, A.; Docobo, J.A. & Elipe, A. *Curso de Astronomía. Colección textos docentes*. Prensas Universitarias de Zaragoza. 2002.
- ▮ Duffett-Smith, Peter. *Astronomy with your personal computer*. Cambridge University Press. 1986.
- ▮ Viñuales Gavín, E & Ros Ferré, R.M. *Movimientos Astronómicos. Un enfoque con cuatro modelos*. Mira Editores. Zaragoza (Spain). 2003.
- ▮ *Java 3D Api development*: [java.sun.com/developer/onlineTraining/java3d/index.html](http://java.sun.com/developer/onlineTraining/java3d/index.html).

